



# VEDIC MATHEMATICS



3

श्री भारती कृष्ण तीर्थ महाराज



## वैदिक गणित

## द्वितीय संस्करण की भूमिका

वैदिक गणित की पाठ्यक्रम के अनुसार कक्षाशः पुस्तकें काफी उपयोगी सिद्ध हुई हैं। इस हेतु लेखक मण्डल के लोग अत्यन्त आभारी हैं। प्रथम संस्करण में कुछ सुधार करने की आवश्यकता हुई जिससे 13-01-2016 को कुरुक्षेत्र में श्री राकेश भाटिया (प्रान्त प्रमुख वैदिक गणित, हरियाणा), श्री गुलशन छाबड़ा (प्रान्त वैदिक गणित सह-प्रमुख, हरियाणा), श्री राजेन्द्र कुमार (प्रान्त वैदिक गणित प्रमुख, दिल्ली), श्री राकेश मलिक (सह प्रान्त वैदिक गणित प्रमुख, दिल्ली) और श्री गोपाल दास शर्मा (हिमाचल) उत्तर क्षेत्र वैदिक गणित प्रमुख, विद्या भारती उत्तर क्षेत्रीय मन्त्री श्री सुरेन्द्र अत्री के मार्गदर्शन में बैठे थे।

वैदिक गणित की इस पुस्तक में मूल रूप से परिवर्तन नहीं किया गया है। कुछ सुधार किया गया है तथा 16/12/2018 को वैदिक गणित की उत्तर क्षेत्र की टोली की बैठक कुरुक्षेत्र में हुई जिसमें वैदिक गणित की पुस्तकों का लेखन कार्य हिंदी व अंग्रेजी दोनों भाषाओं में किया गया। इसमें श्री देवेन्द्र सिंह यादव (सह प्रांत प्रमुख, दिल्ली), श्री विकास शर्मा (प्रान्त टोली सदस्य, हरियाणा), श्रीमती मंजुला (प्रांत टोली सदस्य, हरियाणा), श्री महेश चंद शर्मा (प्रांत प्रमुख, पंजाब), श्री कांशी नाथ रैना (प्रांत प्रमुख, जम्मू-कश्मीर) का सहयोग भी प्राप्त हुआ।

पुस्तक में सुधार करने के लिए यथासम्भव प्रयास किए गए हैं फिर भी यदि किसी सुधार की आवश्यकता ध्यान में आए अथवा अन्य कोई सुझाव हो तो निश्चित ही दें ऐसा अनुरोध है।

गोपाल दास शर्मा  
क्षेत्रीय वैदिक गणित प्रमुख  
विद्या भारती उत्तर क्षेत्र

### लेखक मण्डल

गोपाल दास शर्मा	क्षेत्रीय वैदिक गणित प्रमुख, विद्या भारती, उत्तर क्षेत्र कुरुक्षेत्र
राकेश भाटिया	वैदिक गणित प्रान्त प्रमुख, विद्या भारती हरियाणा, कुरुक्षेत्र
राजेन्द्र पाल शर्मा	प्रान्त वैदिक गणित प्रमुख, विद्या भारती, दिल्ली
राकेश मलिक	प्रान्त वैदिक गणित सह-प्रमुख, विद्या भारती, दिल्ली
गुलशन छाबड़ा	प्रान्त वैदिक गणित सह-प्रमुख, विद्या भारती हरियाणा, कुरुक्षेत्र
श्रीमती मंजुला	प्रान्त टोली सदस्य, हरियाणा, कुरुक्षेत्र

## वैदिक गणित के सोलह सूत्र एवं उनके अर्थ

1. एकाधिकेन पूर्वेण - पहले से एक अधिक के द्वारा।  
By one more than the previous one.
2. निखिलं नवतश्चरतमं दशतः - सभी नौ में से परन्तु अन्तिम दस में से।  
All from nine and last from ten.
3. ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम् - सीधे (खड़े) और तिरछे दोनों प्रकार से।  
Vertically and Crosswise.
4. परावर्त्य योजयेत् - पक्षान्तरण कर उपयोग करें।  
Transpose and apply.
5. शून्यं साम्यसमुच्चये - समुच्चय समान होने पर शून्य होता है।  
When the 'Samuchaya's are the same, that 'Samuchaya' is zero.
6. आनुरूप्ये शून्यमन्यत् - अनुरूपता होने पर दूसरा शून्य होता है।  
If one is in ratio, the other one is zero.
7. संकलनव्यवकलनाभ्याम् - जोड़कर और घटाकर।  
By addition and subtraction.
8. पूरणापूरणाभ्याम् - अपूर्ण को पूर्ण करके।  
By completing.
9. चलनकलानाभ्याम् - चलन-कलन के द्वारा  
By Calculus
10. यावदूनम् - जितना कम है अर्थात् विचलन।  
The Deficiency
11. व्यष्टिसमष्टिः - एक को पूर्ण और पूर्ण को एक मानते हुए।  
Whole as one and one as whole.
12. शेषाण्यङ्केन चरमेण - अंतिम अंक से अवशेष को।  
Remainder by the last digit.
13. सोपान्त्यद्वयमन्त्यम् - अन्तिम और उपात्तिम का दुगुना।  
Ultimate and twice the penultimate.
14. एकन्यूनेन पूर्वेण - पहले से एक कम के द्वारा  
By one less than the Previous one.
15. गुणितमुच्चयः - गुणितों का समुच्चय।  
The whole Product.
16. गुणकसमुच्चयः - गुणकों का समुच्चय।  
Set of Multipliers.

## उपसूत्र

1. आनुरूप्येण - नुरुपता के द्वारा।  
Proportionately.
2. शिष्यते शेषसंज्ञः - बचे हुए को शेष कहते हैं।  
The remainder is the constant
3. आद्यमाद्येनान्त्यमन्त्येन - पहले को पहले से, अंतिम को अंतिम से।  
First by the first and last by the last.
4. केवलैः सप्तकं गुण्यात् - क, व, ल से 7 का गुणा करें।  
Multiply 'ka' (1), 'va' (4), 'la' (3) by 7 (Formula for 1/7).
5. वेष्टनम् - विभाजनीयता परीक्षण की एक विशिष्ट क्रिया का नाम  
The osculation. (A method for divisibility test.)
6. यावदूनं तावदूनम् - जितना कम उतना और कम।  
What ever deficiency further lessen that much.
7. यावदूनं तावदूनीकृत्य वर्ग - जितना कम उतना और कम करके वर्ग की योजना च योजयेत् भी करें।  
Lesser by the deficiency and add its square.
8. अन्त्ययोर्दशकेऽपि - अंतिम अंको का योग दस।  
Sum of last digits is ten.
9. अन्त्ययोरेव - केवल अंतिम द्वारा।  
Only by the last.
10. समुच्चयगुणितः - सर्व गुणन।  
Product of whole.
11. लोपनास्थापनाभ्याम् - विलोपन एवं स्थापना द्वारा।  
By Elimination and retention.
12. विलोकनम् - अवलोकन द्वारा।  
By observing.
13. गुणितसमुच्चयः समुच्चयगुणित- गुणांक के समूहों का गुणनफल और गुणनफल के गुणांको को योग समान होगा।  
Product of the whole is equal to whole of the product.

अन्य विशिष्ट संकल्पनाएँ -

1. द्वन्द्वयोग - द्वयात्मक। (Duplex)
2. शुद्ध - शोधित राशि। (Purity)
3. ध्वजांक - घात के स्थान का अंक। (Flag digit)

# कक्षा - तृतीय

## अनुक्रमणिका

क्रमांक	विषय	पृष्ठ क्रमांक
1.	प्रारम्भिक ज्ञान ( Basic Knowledge )	5
2.	सामान्य एवं ऋणांक संख्याएँ ( Common and Negative Numbers )	7
3.	योग संक्रिया ( एकाधिकेन पूर्वेण ) Addition (Ekadhikena Purvena) )	12
4.	गुणन संक्रिया-सूत्र ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम् ( Multiplication Urdhvatiryagbhyam )	17
5.	योग संक्रिया ( सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण ) ( Addition in Different Measurement )	20
6.	मिश्रित गणनाएं ( Mixed Calculations )	25
7.	भारतीय गणितज्ञ-स्वामी भारती कृष्ण तीर्थ (Indian Mathematician-Swami Bharti Krishan Tirth)	27

- अंक :** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9  
**Digits:** 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- विनकुलम :** संख्या लेखन में ऋणांकों का उपयोग करने की पद्धति को विनकुलम कहते हैं।  
**Vinculam** The method of using negative digits in number writing is called vinculam
- चरम अंक :** किसी भी संख्या का इकाई का अंक चरम अंक कहलाता है।  
उदाहरण : 129 में 9 चरम अंक है।  
**Extreme digit :** Unit digit of any number is called the extreme number.
- निखिल अंक :** संख्या के सभी अंक निखिल अंक होते हैं। चरम अंक छोड़कर।  
उदाहरण : 129 में 1 और 2 निखिल अंक है।  
**Nikhil Digit :** Except the extreme digit all digits are Nikhil digits.  
Example : In 129, 1 and 2 are Nikhil digits
- शुद्ध अंक :** किसी अंक के ऊपर या नीचे की ओर लगाए गए बिन्दु (·) के मान  
उदाहरणतय:  $\overset{\cdot}{7} = 8$  या  $\underset{\cdot}{7} = 6$  को शुद्ध अंक कहा जाता है।  
**Pure Digit :** The value of the dot (·) applied to the top or bottom of a digit is called the pure digit.  
Example :  $\overset{\cdot}{7} = 8$  or  $\underset{\cdot}{7} = 6$  are called pure digits.
- परम मित्र अंक :** जिन दो अंको का योगफल 10 होता है वे अंक एक दूसरे के परम मित्र अंक कहलाते हैं। जैसे (1,9), (2,8), (3,7), (4,6)... आदि।  
**Ultimate Friend Digit :** If the sum of two digits is 10, these digits are called ultimate friend digits among each others.  
i.e: (1,9), (2,8), (3,7), (4,6) ..... etc.

7. **आधार :-** 1 के दायीं ओर शून्य लगाने से बनने वाली सभी संख्याओं को आधार कहते हैं। जैसे 10, 100, 1000..... इत्यादि।

**Base :** All numbers formed from Zero to the right of 1 are called base numbers. eg. 10, 100, 1000 ..... etc.

8. **उपाधार :** 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, और 9 के दायीं ओर शून्य लगाने से बनने वाली संख्याओं को उपाधार कहते हैं। जैसे 20, 30, 40, 200, 300 ..... इत्यादि।

**Sab Base :** Number formed from zero to the right of 2, 3, 4, 5, 7, 8 and 9 are called the sub Base.

### अभ्यास माला / Exercise No. - 1

प्र०1. निम्न संख्याओं के चरम अंक लिखिए :-

**Write extreme digit of the following numbers:**

- |          |           |           |
|----------|-----------|-----------|
| (1) 4123 | (6) 4215  | (11) 9837 |
| (2) 5014 | (7) 3541  | (12) 8316 |
| (3) 2367 | (8) 7893  | (13) 5432 |
| (4) 3546 | (9) 6587  | (14) 2345 |
| (5) 4678 | (10) 4983 | (15) 7654 |

प्र०2. आधार एवं उपाधार छाँटिए

**Select base and sub base.**

- |         |          |            |
|---------|----------|------------|
| (1) 10  | (5) 1000 | (9) 80000  |
| (2) 200 | (6) 3000 | (10) 10000 |
| (3) 300 | (7) 8000 |            |
| (4) 50  | (8) 900  |            |



## अध्याय-2 Chapter - 2

## सामान्य एवं ऋणांक संख्याएँ (Common and Negative Numbers)

2.1 गणित की जटिल संक्रियाओं को सरल बनाने के लिए हम आवश्यकतानुसार सामान्य अंको को ऋणांक (विनकुलम) अंको में बदल सकते हैं। परन्तु इस परिवर्तन से पहले हमें वैदिक गणित के **सूत्र-निखिलं नवतः चरमं दशतः** के सूत्र को समझना अनिवार्य होगा। इस सूत्र का भावार्थ- “चरम अंक को दस में से तथा निखिल अंको को नौ में से घटाना।

आइये अब हम 5 से बड़े सामान्य अंकों को छोटे ऋणांकों में बदलना सीखें।

इस सूत्र को निम्न उदाहरणों से स्पष्ट किया जा रहा है।

**विनुकुलम अंकों ( ऋणांकों ) में बदलिये।**

उदाहरण (i)  $8 = \overline{12}$

(ii)  $6 = \overline{14}$

To simplify the complications of Mathematics, we can change the normal digits to the Vinculam as necessary. But before this change. It is necessary for us to understand the formula of Vedic Ganit - All from 9 and last from 10 (**Nikhilam Navatah Charmam Dashatah**). The meaning of this formula is to subtract extreme digit from 10 and Nikhil digits from 9.

Let's now learn how to convert general numbers greater than 5 to small negative digits. This formula can be made clear from the following examples

**Change into (Vinculam numbers):**

**Example** (i)  $8 = \overline{12}$

(ii)  $6 = \overline{14}$

**विधि :-** (i) सर्वप्रथम इकाई, अंक 8 को 10 में से घटाया ( $10-8=2$ ) और 2 के ऊपर ऋणांक का चिह्न ( $\bar{\quad}$ ) लगा दिया। अब क्योंकि 8 से पहले कोई अंक नहीं है अर्थात् 0 (शून्य) में एक जमा करके अर्थात् ( $0+1=1$ ) को  $\overline{2}$  के बायीं ओर लिख दिया। इस प्रकार हमने सामान्य संख्या 8 को  $\overline{12}$  (ऋणांक संख्या) में बदल लिया। (ii) 6



को 10 में से घटाया ( $10-6=4$ ) और 4 के ऊपर ऋणांक का चिह्न ( $\bar{\quad}$ ) लगा दिया। इकाई अंक 6 से पहले कोई अंक नहीं है अतः शून्य (0) में 1 जमा करके अर्थात् ( $0+1=1$ ) को 4 के बायीं ओर लिख दिया। इस प्रकार सामान्य संख्या 6 को हमने विनकुलम संख्या  $1\bar{4}$  में बदल दिया।

दो अंकीय संख्या के सामान्य अंकों को विनकुलम अंकों में बदलने की भी यही विधि है। विनकुलम संख्या में बदलना

$$\begin{aligned} \text{जैसे} \quad :- \quad 16 &= 2\bar{4} \\ 37 &= 4\bar{3} \\ 29 &= 3\bar{1} \end{aligned}$$

**Method** First of all subtract number 8 from number 10 ( $10-8=2$ ) and put negative (-) mark above number 2. Now, when there is no number before 8, so write 1 ( $0+1=1$ ) to the left of  $\bar{2}$  Like this we converted general number 8 in to  $1\bar{2}$  (Vinculam number). (ii) Subtracted 6 from 10 ( $10-6=4$ ) and put negative mark ( $\bar{\quad}$ ) above number 4. There is no number before unit number 6. So by adding 1 in 0 ( $0+1=1$ ) i.e. 1 is written on the left side of  $\bar{4}$ . Like this we here converted general number 6 into Vinculam number  $1\bar{4}$

Same method is adopted for converting ordinary numbers of two numbers into vinculam numbers. To convert into Vinculam numbers

e.g.

$$\begin{aligned} 16 &= 2\bar{4} \\ 37 &= 4\bar{3} \\ 29 &= 3\bar{1} \end{aligned}$$

**विधि :** इन सभी उदाहरणों में इकाई अंक को 10 में से घटाकर जो अंक आया उसके ऊपर ऋणांक का चिह्न ( $\bar{\quad}$ ) लगा दिया गया है तथा क्योंकि तीनों उदाहरणों के दहाई के अंक पूर्व से ही विनकुलम अंक है अतः उनमें 1 अधिक करके उसे बायीं ओर लिख दिया गया है।

**Method :** In all these examples, unit digit is subtracted from 10 and put the negative mark ( $\bar{\quad}$ ) on it and because the ten's digit of all the three examples are Vinculam numbers, So add 1 to the left side digit.

## अभ्यास माला / Exercise No. - 2.1

प्र० 1 निम्न सामान्य संख्या को विनकुलम में बदलिए :-

**Convert the following general number in to Vinculam :**

$$(1) 26 = \quad (5) 17 =$$

$$(2) 47 = \quad (6) 18 =$$

$$(3) 39 = \quad (7) 27 =$$

$$(4) 28 = \quad (8) 49 =$$

आइए अब हम तीन या तीन से अधिक अंकों वाली सामान्य संख्या को विनकुलम संख्या में बदलना सीखते हैं।

Let's now learn to convert the normal numbers of three or more than three digits into Vinculam numbers:

**उदाहरण/Example**

$$\begin{array}{ll} 276 = 3\bar{2}\bar{4} & 369 = 4\bar{3}\bar{1} \\ 187 = 2\bar{1}\bar{3} & 389 = 4\bar{1}\bar{1} \\ 3698 = 43\bar{0}\bar{2} & 2787 = 3\bar{2}\bar{1}\bar{3} \end{array}$$

उपरोक्त सभी उदाहरणों में 'निखिलं नवतः चरमं दशतः' सूत्र के अनुसार सभी में इकाई अथवा चरम अंक को 10 में से तथा शेष निखिल अंकों को 9 में से घटाकर उन सभी के ऊपर ऋणांक ( $\bar{\quad}$ ) का चिह्न लगा दिया गया है तथा अंतिम अंक का एकाधिक करके उसे सबसे बायीं ओर लिख दिया गया है।

आइए! अब हम इस प्रकार के कुछ प्रश्नों को हल करने का प्रयास करें।

In all the above examples according to 'Nikhilam Navatah charmam dashatah' formula negative ( $\bar{\quad}$ ) sign has been given to all of them by subtracting the unit or the extreme digit from 10 and remaining Nikhil digits from 9 and the last digit has been written on the left side by adding one more.

Let's now try to solve these types of questions :

## अभ्यास माला / Exercise No. - 2.2

प्र० 1 निम्न सामान्य संख्याओं को विनकुलम संख्याओं में बदलिए :-

**Convert the following Vinculam numbers into general numbers:**

- |          |          |           |
|----------|----------|-----------|
| (1) 1678 | (6) 0786 | (11) 587  |
| (2) 3567 | (7) 367  | (12) 376  |
| (3) 2776 | (8) 299  | (13) 1889 |
| (4) 1689 | (9) 488  | (14) 286  |
| (5) 3886 | (10) 196 | (15) 98   |

जैसा कि अध्याय 1 में हमने सीखा कि किस प्रकार से सामान्य संख्या के 5 से (बड़े अंकों) को विनकुलम संख्या (छोटे अंकों) में परिवर्तित किया जाता है। ठीक इसके विपरीत विनकुलम संख्या को (सामान्य संख्या) में परिवर्तित करने की विधि हम इस अध्याय में सीखेंगे।

As we learnt in chapter 1, how the general numbers more than 5 are converted in to Vaniculam numbers (Small number). On the contrary, the method of converting a Vinculam number into a normal number we will learn in this chapter.

**विधि :-** विनकुलम अंकों को सामान्य अंकों में (अर्थात् सामान्य संख्या में) बदलने का वही तरीका है जो सामान्य अंकों को विनकुलम अंकों में बदलने का है। अन्तर केवल इतना है कि दायीं ओर से ऋणांक चिह्न (  $\bar{\quad}$  ) हटाते समय जो बिना ऋण चिह्न लगा अंक होता है उस अंक को एक कम करके लिखा जाता है।

**Method :** The method of converting Vinculam numbers into general numbers is same on the method of converting general numbers into Vinculam numbers. The only difference is that at the time of removing negative sign (  $\bar{\quad}$  ) from right side. The number which is without a negative sign is written with one less number.