



VEDIC MATHEMATICS

6



वैदिक गणित

आर्यभट्ट

श्रीनिवास रामानुजम्

द्वितीय संस्करण की भूमिका

वैदिक गणित की पाठ्यक्रम के अनुसार कक्षाशः पुस्तकें काफी उपयोगी सिद्ध हुई हैं। इस हेतु लेखक मण्डल के लोग अत्यन्त आभारी हैं। प्रथम संस्करण में कुछ सुधार करने की आवश्यकता हुई जिससे 13-01-2016 को कुरुक्षेत्र में श्री राकेश भाटिया (प्रान्त प्रमुख वैदिक गणित, हरियाणा), श्री गुलशन छाबड़ा (प्रान्त वैदिक गणित सह-प्रमुख, हरियाणा), श्री राजेन्द्र कुमार (प्रान्त वैदिक गणित प्रमुख, दिल्ली), श्री राकेश मलिक (सह प्रान्त वैदिक गणित प्रमुख, दिल्ली) और श्री गोपाल दास शर्मा (हिमाचल) उत्तर क्षेत्र वैदिक गणित प्रमुख, विद्या भारती उत्तर क्षेत्रीय मन्त्री श्री सुरेन्द्र अत्री के मार्गदर्शन में बैठे थे।

वैदिक गणित की इस पुस्तक में मूल रूप से परिवर्तन नहीं किया गया है। कुछ सुधार किया गया है तथा 16/12/2018 को वैदिक गणित की उत्तर क्षेत्र की टोली की बैठक कुरुक्षेत्र में हुई जिसमें वैदिक गणित की पुस्तकों का लेखन कार्य हिंदी व अंग्रेजी दोनों भाषाओं में किया गया। इसमें श्री देवेन्द्र सिंह यादव (सह प्रान्त प्रमुख, दिल्ली), श्री विकास शर्मा (प्रान्त टोली सदस्य, हरियाणा), श्रीमती मंजुला (प्रान्त टोली सदस्य, हरियाणा), श्री महेश चंद शर्मा (प्रान्त प्रमुख, पंजाब), श्री कांशी नाथ रैना (प्रान्त प्रमुख, जम्मू-कश्मीर) का सहयोग भी प्राप्त हुआ।

पुस्तक में सुधार करने के लिए यथासम्भव प्रयास किए गए हैं फिर भी यदि किसी सुधार की आवश्यकता ध्यान में आए अथवा अन्य कोई सुझाव हो तो निश्चित ही दें ऐसा अनुरोध है।

गोपाल दास शर्मा
क्षेत्रीय वैदिक गणित प्रमुख
विद्या भारती उत्तर क्षेत्र

लेखक मण्डल

गोपाल दास शर्मा	क्षेत्रीय वैदिक गणित प्रमुख, विद्या भारती, उत्तर क्षेत्र कुरुक्षेत्र
राकेश भाटिया	वैदिक गणित प्रान्त प्रमुख, विद्या भारती हरियाणा, कुरुक्षेत्र
राजेन्द्र पाल शर्मा	प्रान्त वैदिक गणित प्रमुख, विद्या भारती, दिल्ली
राकेश मलिक	प्रान्त वैदिक गणित सह-प्रमुख, विद्या भारती, दिल्ली
गुलशन छाबड़ा	प्रान्त वैदिक गणित सह-प्रमुख, विद्या भारती हरियाणा, कुरुक्षेत्र
श्री विकास शर्मा	प्रान्त टोली सदस्य, हरियाणा, कुरुक्षेत्र
श्रीमती मंजुला	प्रान्त टोली सदस्य, हरियाणा, कुरुक्षेत्र

वैदिक गणित के सोलह सूत्र एवं उनके अर्थ

- | | |
|----------------------------|--|
| 1. एकाधिकेन पूर्वेण | - पहले से एक अधिक के द्वारा।
By one more than the previous one. |
| 2. निखिलं नवतश्चरतम् दशतः: | - सभी नौ में से परन्तु अन्तिम दस में से।
All from nine and last from ten. |
| 3. ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम् | - सीधे (खड़े) और तिरछे दोनों प्रकार से।
Vertically and Crosswise. |
| 4. परावर्त्य योजयेत् | - पक्षान्तरण कर उपयोग करें।
Transpose and apply. |
| 5. शून्यं साम्यसमुच्चये | - समुच्चय समान होने पर शून्य होता है।
When the 'Samuchaya's are the same, that 'Samuchaya' is zero. |
| 6. आनुरूप्ये शून्यमन्यत् | - अनुरूपता होने पर दूसरा शून्य होता है।
If one is in ratio, the other one is zero. |
| 7. संकलनव्यवकलनाभ्याम् | - जोड़कर और घटाकर।
By addition and subtraction. |
| 8. पूरणापूरणाभ्याम् | - अपूर्ण को पूर्ण करके।
By completing. |
| 9. चलनकलानाभ्याम् | - चलन-कलन के द्वारा
By Calculus |
| 10. यावदूनम् | - जितना कम है अर्थात् विचलन।
The Deficiency |
| 11. व्यष्टिसमष्टिः | - एक को पूर्ण और पूर्ण को एक मानते हुए।
Whole as one and one as whole. |
| 12. शेषाण्यङ्केन चरमेण | - अंतिम अंक से अवशेष को।
Remainder by the last digit. |
| 13. सोपान्त्यद्वयमन्त्यम् | - अन्तिम और उपान्तिम का दुगुना।
Ultimate and twice the penultimate. |
| 14. एकन्यूनेन पूर्वेण | - पहले से एक कम के द्वारा
By one less than the Previous one. |
| 15. गुणितमुच्चयः | - गुणितों का समुच्चय।
The whole Product. |
| 16. गुणकसमुच्चयः | - गुणकों का समुच्चय।
Set of Multipliers. |

उपसूत्र

- | | |
|--------------------------------|---|
| 1. आनुरूप्येण | - नुरूपता के द्वारा।
Proportionately. |
| 2. शिष्टते शेषसंज्ञः | - बचे हुए को शेष कहते हैं।
The remainder is the constant |
| 3. आद्यमाद्येनान्त्यमन्त्येन | - पहले को पहले से, अंतिम को अंतिम से।
First by the first and last by the last. |
| 4. केवलैः सप्तकं गुण्यात् | - क, व, ल से 7 का गुणा करें।
Multiply 'ka' (1), 'va' (4), 'la' (3) by 7 (Formula for 1/7). |
| 5. वेष्टनम् | - विभाजनीयता परीक्षण की एक विशिष्ट क्रिया का नाम
The osculation. (A method for divisibility test.) |
| 6. यावदूनं तावदूनम् | - जितना कम उतना और कम।
What ever deficiency further lessen that much. |
| 7. यावदूनं तावदूनीकृत्य वर्ग | - जितना कम उतना और कम करके वर्ग की योजना च योजयेत् भी करें।
Lesser by the deficiency and add its square. |
| 8. अन्त्ययोर्दशकेऽपि | - अंतिम अंको का योग दस।
Sum of last digits is ten. |
| 9. अन्त्ययोरेव | - केवल अंतिम द्वारा।
Only by the last. |
| 10. समुच्चयगुणितः | - सर्व गुणन।
Product of whole. |
| 11. लोपनास्थापनाभ्याम् | - विलोपन एवं स्थापना द्वारा।
By Elimination and retention. |
| 12. विलोकनम् | - अवलोकन द्वारा।
By observing. |
| 13. गुणितसमुच्चयः समुच्चयगुणित | - गुणांक के समूहों का गुणनफल और गुणनफल के गुणांको को योग समान होगा।
Product of the whole is equal to whole of the product. |

अन्य विशिष्ट संकल्पनाएँ -

- | | |
|---------------|-------------------------------------|
| 1. द्वन्द्योग | - द्वयात्मक। (Duplex) |
| 2. शुद्ध | - शोधित राशि। (Purity) |
| 3. ध्वजांक | - घात के स्थान का अंक। (Flag digit) |

कक्षा - षष्ठी

अनुक्रमणिका

क्रमांक	विषय	पृष्ठ क्रमांक
1.	पुनरावृत्ति (Revision)	5
2.	संख्याओं की जानकारी (Introduction to Numbers)	8
3.	योग संक्रिया (एकाधिकेन पूर्वेण) (Addition - Ekadhikena Purvna)	16
4.	व्यवकलन संक्रिया (Subtraction)	19
5.	गुणा (सूत्र-निखिलम्) (Multiplication Sutra-Nikhilam)	22
6.	गुणा (सूत्र-ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम्) (Multiplication - Sutra-Urdhvatiryagbhyam)	25
7.	भाग ध्वजांक विधि (Division-Dhvajank Method)	29
8.	महत्तम एवं लघुतम समापवर्तक (H.C.F. & L.C.M)	32
9.	विभाजीनयता (Divisibility)	38
10.	मिश्रित गणनाएँ (Mixed Calculations)	44
11.	भिन्न (Fraction)	45
12.	बीज गणित (Algebra)	51
13.	क्षेत्रमिति (Mensuration)	56
14.	भारतीय गणितज्ञ-आर्यभट (Indian Mathematician-Aryabhatta)	58
15.	भारतीय गणितज्ञ-श्रीनिवास रामानुजन (Indian Mathematician-Ramanujan)	63

अध्याय-1 Chapter - 1

पुनरावृति Revision

- 1.1 पिछली कक्षाओं में हमने वैदिक गणित के सूत्रों पर आधारित विधियों के द्वारा अंक गणित की मुख्य संक्रियाओं योग, व्यवकलन गुणन, भाग, भिन्न आदि के प्रश्नों को भी सरल करना सीखा था। इन्हीं विधियों का अभ्यास करने हेतु निम्न अभ्यास माला प्रस्तुत है।
- 1.1 In previous class, we have studied various vedic sutras for solving questions based on Addition, Subtraction, Multiplication, Division and Fraction etc.

वैदिक गणित सूत्रों द्वारा योग ज्ञात कीजिए।

Find the Sum using Vedic Mathematics Sutras.

(1)	(2)	kg. किग्रा०	gram ग्रा०	(3)	H घंटे	M मिनट	S सेकण्ड
1 2 4 7	157	75		47	48	43	
2 3 4 8	45	88		16	57	78	
4 5 6 7							
3 2 4 5	94	47		43	42	24	

(4) $6\frac{1}{2} + 13\frac{1}{4} + 8\frac{1}{8}$ (5) $24.2 + 72.89 + 140.376$

(6) 9 9 8 + 8 8 8

वैदिक गणित सूत्रों द्वारा हल कीजिए।

Solve using Vedic Mathematics sutras

(7) 104×106 (8) 54×56 सूत्र निखिलम् / Nikhilam Sutra

(9) 437×848 (10) 4251×2341 सूत्र उर्ध्वतिर्यग्भ्याम् / Urdhvaturyagbhyam Sutra

- (11) 1372×99999 (12) 67×99 सूत्र एक न्यूनेन पूर्वेण
Sutra - Eknunen Purvena
- (13) 124×126 (14) 181×189 सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण
Sutra - Ekadhiken Purvena

वैदिक गणित सूत्रों द्वारा व्यवकलन कीजिए।

Subtract using Vedic Mathematics Sutra.

$$(15) \quad 6000 - 2999 \qquad \qquad \qquad (16) \quad 560 - 4\bar{7}\bar{4}$$

Km	m	
(17) किमी.	मी.	(18) $144\frac{7}{8} - 69\frac{3}{4}$
48	80	(19) $84.023 - 25.176$
35	348	
<hr style="border-top: 1px solid black;"/>		
<hr style="border-top: 1px solid black;"/>		

वैदिक गणित सूत्रों द्वारा पहाड़ा लिखिए।

Write tables of following using Vedic Mathematics Sutra.

$$(20) \quad 39 \qquad (21) \quad 128 \qquad (22) \quad 48$$

वैदिक सूत्रों द्वारा भाग संक्रिया कीजिए।

Do the division by Vedic Sutras.

$$(23) \quad 2112 \div 98 \qquad \qquad (24) \quad 111034 \div 889$$

$$(25) \quad 1334 \div 131 \qquad \qquad (26) \quad 3985 \div 97$$

वैदिक गणित सूत्रों द्वारा हल करें।

Solve the following using Vedic Mathematics Sutras.

(27) एक खेत 115 मी० लम्बा और 96 मी० चौड़ा है उसका क्षेत्रफल बताओ।
A field is 115m long and 96m broad. Find its area.

(28) एक घनाभ की लम्बाई 102 मी0, चौ0 104 मी0 और ऊँचाई 103 मी0 है। उसका आयतन ज्ञात करो।

A cuboid is 102m long, 104m broad and 103m heigh. Find its Volume.

वैदिक गणित सूत्रों द्वारा भाजकता का परीक्षण कीजिए।

Test of divisibility using Vedic Mathematics Sutras.

(29) 9 5 6 3 2 8 7 8 6 6 की भाजकता की जाँच 11 से।
Check the divisibility of 9 5 6 3 2 8 7 8 6 6 by 11.

(30) 1 2 9 5 की भाज्यता का परीक्षण 7 से।
Check the divisibility of 1 2 9 5 by 7

(31) 956857 का विभाजनीयता परीक्षण 11 से।
Check the divisibility of 9 5 6 8 5 7 by 11

अध्याय-2

Chapter - 2

संख्याओं की जानकारी

Introduction to Numbers

2.1 संख्याओं की जानकारी - (अंक संख्या और गिनती)

2.1 Knowledge of Numbers - (Digit and Counting)

अंक :- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, एवं 9 को अंक कहा जाता है। इन अंकों का ध्यान से देखने पर प्रत्येक अंक अपने से पहले वाले अंक से एक ज्यादा अर्थात् एक अधिक है। इसी से वैदिक गणित का पहला सूत्र पहले वाले से एक ज्यादा या पूर्व से एक अधिक (एकाधिकेन पूर्वेण प्राप्त होता है।

Digits : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 and 9 are known as digits. By observing the pattern we find out that every digit is one more than its preceding digit. By this we get the very first Sutra of Vedic Math Ekadhiken Purvena (one more than the previous)

इस अंकों को उलटे क्रम में लिखें तो 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 तथा 0 प्राप्त होते हैं। इनको ध्यान से देखने पर प्रत्येक अंक अपने पहले वाले अंक से एक कम अर्थात् एक न्यूनेन है। इसी से वैदिक गणित का 14वाँ सूत्र पहले वाले से एक कम अथवा पूर्व से एक न्यून अथवा एक न्यूनेन पूर्वेण (पूर्व से एक कम द्वारा) प्राप्त होता है।

If we write these digits in reverse order we get 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 and 0. By observing the pattern we find out that every digit is one less than its preceding digit i.e. Eknunen. By this we get the fourteenth Sutras of Vedic mathematics Eknunen (one less than previous).

ध्यान से देखने को विलोकनम् कहते हैं। यह वैदिक गणित का पहला उपसूत्र है।

To observe carefully is called Viloknam. It is the first Sub. formula of Vedic mathematics.

2.2 अंकों का वर्गीकरण

2.2 Classification of digits :

पांच या पांच से छोटे अंक / 5 or less than 5 :- 0, 1, 2, 3, 4, 5

पांच से बड़े अंक / Digits more than 5 :- 6, 7, 8, 9

विनकुलम्/ऋणांक / Vinkulam/Negative digits :- $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}$

टीप :- $\bar{0} = 0$, $\bar{2}$ को ऋण 2 (-2) अथवा विनकुलम् 2 पढ़ा जाता है।

Note : $\bar{0}$ means 0 and $\bar{2}$ is read as minus 2 (-2) or Vinkulam 2.

धन तथा ऋण चिह्न :- (+) को धनचिह्न एवं (-) को ऋण चिह्न कहा जाता है। या अंकों के साथ धन या ऋण चिह्न लगाने पर धनात्मक अथवा ऋणात्मक क्रम होता है।

Positive and Negative Sign : Sign (+) is called positive sign and Sign (-) is called negative sign. If we put these signs with numbers, they become positive or negative numbers.

जैसे कि (1) धनात्मक अंक: 1, 2, 3, 4

Positive digits : 1, 2, 3, 4

(2) ऋणात्मक अंक: -1, -2, -3, -4 आदि

Negative digits : -1, -2, -3, -4

2.3 संख्या :- एक या एक से अधिक अंकों से मिलकर संख्या बनती है जैसे संख्या 12 अंकों की 1 एवं 2 से मिलकर बनी है। एक अंक की संख्या को एक अंकीय, दो अंकों की संख्या को द्विअंकीय आदि कहते हैं।

2.3 Number : A number is made up with one or more than one digits for example number 12 formed by digit 1 and 2. The number formed by one digit or two digit is called one digit number or two digit number and so on.

आधार :- ऊपर देखा जा चुका है कि अंक 0 से लेकर 9 तक, अंकों की संख्या 10 है। 10 को आधार कहा जाता है। 10 को दहाई नाम से भी पुकारते हैं। आधार 10 होने के कारण इसे दाशमिक प्रणाली कहा जाता है।

Base : It has been observed that digits are from 0 to 9. There are 10 digits. So 10 is called base. It is also called tens. For the base 10, It is also called Decimal system.

2.4 आधार :- आधार 10 के दायीं ओर 0 लिखने से प्राप्त संख्याओं को आधार कहा जाता है। जैसे :- 100, 1000, 10000 आदि इनको क्रमशः सौ (सैकड़ा), हजार, दस हजार पढ़ा जाता है।

- 2.4 Base :** The number obtained by writing 0 to the right side of the base 10 are called base. Such as 100, 1000, 10000, etc. These are read as hundred, thousand, ten thousand respectively
- 2.5 उपाधार :-** अंको 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 एवं 9 के दायीं ओर 0 लिखने से प्राप्त संख्याओं को उपाधार कहा जाता है। जैसे 20, 30, 40, 200, 300, 5000... आदि।
- 2.5 Sub Base :** Number obtained by writing 0 to the right side of digits 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 and 9 are called sub base. Such as 20, 30, 40, 200, 300, 5000, etc.
- 2.6 गिनती :-** संख्याओं को विशेष क्रम में लिखने को गिनती कहा जाता है। यह दो प्रकार की होती है। (1) सीधी गिनती (2) उलटी गिनती।
- 2.6 Counting :** When we write the numbers in specific order, then it is called counting. It is of two types (I) Direct Counting (ii) Reverse Counting.
- 2.7 सीधी गिनती :-** जब संख्याओं को अंक 1 से लेकर आधार संख्या 100 तक बढ़ते क्रम में लिखा जाता है तब सीधी गिनती प्राप्त होती है। सीधी गिनती का जन्म एकाधिकेन पूर्वण (पूर्व से एक अधिक द्वारा) सूत्र से होता है। जैसे 2 से एकाधिक 3, 9 से एकाधिक 10 तथा 36 से एकाधिक 37 आदि। सीधी गिनती को बड़े आधार जैसे 1000, 10000 आदि के लिए भी लिखा जा सकता है।
- 2.7 Direct Counting :** When the numbers are written from 1 to base number 100 in ascending order then direct counting is obtained. Direct Counting originates from Ekadhiken Purvna Sutra (one more than previous). Such as 3 is one more than 2, 10 is one more than 9 and 37 is one more than 36 and so on. Direct counting can also be written for large base like 1000, 10000 etc.
- 2.8 उलटी गिनती :-** जब संख्या को आधार 100 से लेकर अंक 1 तक घटते क्रम में लिखा जाता है, तब उलटी गिनती प्राप्त होती है। उलटी गिनती का जन्म एक न्यूनेन पूर्वण (पूर्व से एक कम) सूत्र द्वारा होता है। जैसे 92 से एक कम 91, 84